5-3 引 拔 力 學

인발력은 다음의 和로 이루어진다.

① 소재의 지름을 감소시키는 데 요하는 힘

② 소재와 die벽 사이의 마찰을 이기는 데 요하는 힘

③ die 입구와 출구간에서 표면층의 전단변형에 요하는 힘

또 이상의 인발력은 다음 조건의 영향을 받는다.

(i) die角, (ii) die와 소재의 마찰계수, (iii) 단면감소율, (iv) 소재의 유동성, (v) 인발속도 등

5-3-1 摩擦을 무시한 引拔應力

완전 潤滑에 의하여 마찰과 표면전단 변형이 없고 Fig. Ⅲ-98과 같이 主應力 σ_r와 압축응력 σ_θ만이 작용한다고 가정할 때, 육면체의 微少要素에 대한 평형방정식은 다음과 같다.

$$(\sigma_r+d\sigma_r)\{(r+dr)\cdot d\theta\}^2=\{4(rd\theta\cdot dr)\cdot\sigma_\theta\}\cdot\sin\frac{d\theta}{2}+\sigma_r\cdot(rd\theta)^2 \quad (\text{Ⅲ}-69)$$

$$\therefore\ [\sigma_r\cdot r^2+2\sigma_r\cdot r\cdot dr+\sigma_r(dr)^2+r^2\cdot d\sigma_r+2r\cdot d\sigma_r\cdot dr+d\sigma_r(dr)^2]\cdot(d\theta)^2$$

$$=4r\cdot d\theta\cdot dr\cdot\sigma_\theta\cdot\sin\frac{d\theta}{2}+\sigma_r\cdot r^2\cdot(d\theta)^2$$

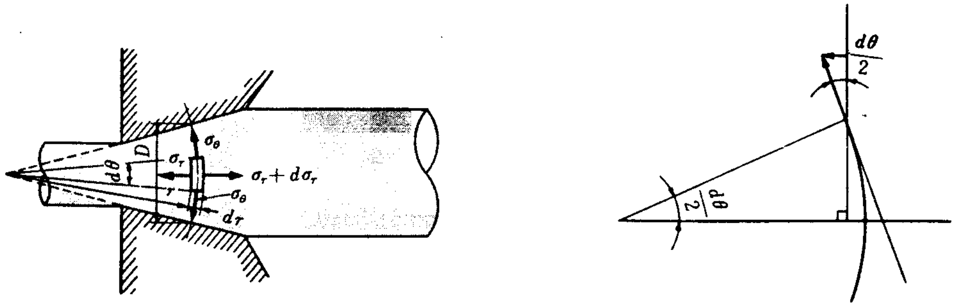

Fig. Ⅲ-98

$\sigma_r \cdot (dr)^2=0$, $2r \cdot d\sigma_r \cdot dr=0$, $d\sigma_r \cdot (dr)^2=0$, $\sin\frac{d\theta}{2}=\frac{d\theta}{2}$로 놓고 정리하면

$$\frac{d\sigma_r}{dr}+2\cdot\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}=0 \qquad (\text{Ⅲ}-70)$$

이다.

식 (Ⅲ-70)에 Von Mises 항복조건식 $\sigma_r-\sigma_\theta=\sigma_0$를 대입하면

$$\frac{d\sigma_r}{dr}+2\frac{\sigma_0}{r}=0 \qquad (\text{Ⅲ}-71)$$

이다.

$$\therefore\ \frac{1}{\sigma_0}\cdot d\sigma_r+2\frac{dr}{r}=0$$

$$\therefore\ \frac{\sigma_r}{\sigma_0}+\ln r^2=c$$

$$\therefore\ \sigma_r=C-\sigma_0\cdot\ln r^2 \qquad (\text{Ⅲ}-72)$$

$$\sigma_\theta=C-\sigma_0(1+\ln r^2)\ [\text{단 } C=c\cdot\sigma_0]$$

경계조건 $r=r_0$에서 $\sigma_r=0$를 대입하여 적분상수 C를 구한다. 즉

$$0=C-\sigma_0\cdot\ln r_0^2$$

$$\therefore\ C=\sigma_0\cdot\ln r_0^2$$

$$\therefore\ \sigma_r=\sigma_0\cdot\ln\frac{r_0^2}{r^2}$$

$$\sigma_\theta=\sigma_0\left(\ln\frac{r_0^2}{r^2}-1\right) \qquad (\text{Ⅲ}-73)$$

그런데 $\frac{r_0}{r}=\frac{D_0}{D}$이므로

$$\sigma_r=\sigma_0\cdot\ln\frac{D_0^2}{D^2}$$

$$\sigma_\theta=\sigma_0\left(\ln\frac{D_0^2}{D^2}-1\right) \qquad (\text{Ⅲ}-74)$$

이다.

식 (Ⅲ-74)에서 D가 작을수록 σ_r 및 σ_θ는 증가하며 出口 $D=D_f$에서 최대치를 갖는다. 이상적인 소성체에서는 인발응력이 재료항복응력을 초과할 수 없으므로

$$\sigma_0 \ln\frac{D_0^2}{D_f^2}=\sigma_0$$

로 놓으면

$$\therefore \ln\frac{D_0^2}{D_f^2}=1 \qquad \therefore \frac{D_f^2}{D_0^2}=\frac{1}{e}$$

단면감소율 $q=\dfrac{A_0-A_f}{A_0}=1-\dfrac{A_f}{A_0}=1-\dfrac{D_f^2}{D_0^2}$에서

$$\frac{D_f^2}{D_0^2}=1-q$$

$$\therefore 1-q=\frac{1}{e} \qquad \therefore q=1-\frac{1}{e}=0.63$$

즉 이상적인 소성체가 균일변형을 받을 때, 최대단면 감소율은 63%이다.

5-3-2 摩擦을 고려한 引抜應力

Fig. Ⅲ-99와 같이 die와 소재 사이의 마찰계수 f는 die 전면에 걸쳐 동일하다고 가정한다. 미소거리 dx에 대한 요소의 평형조건식은 다음과 같다.

$$(A+dA)(\sigma_x+d\sigma_x)+\left(\frac{dA}{\sin\alpha}\cdot p\right)\cdot\sin\alpha+\left(\frac{dA}{\sin\alpha}\cdot fp\right)\cdot\cos\alpha=A\cdot\sigma_x \qquad (Ⅲ-75)$$

$$\therefore A\cdot\sigma_x+A\cdot d\sigma_x+\sigma_x\cdot dA+d\sigma_x\cdot dA-A\sigma_x+pdA+fp\cot\alpha\cdot dA=0$$

$d\sigma_x\cdot dA=0$로 놓으면

$$A\cdot d\sigma_x+\{\sigma_x+p(1+f\cdot\cot\alpha)\}\cdot dA=0 \qquad (Ⅲ-76)$$

Von Mises 항복조건 $\sigma_x-\sigma_\theta=\sigma_0$에 $\sigma_\theta=-p$를 대입하면 $p=\sigma_0-\sigma_x$이다. 단, p는 압축압력이다. 따라서 식 (Ⅲ-76)은 다음과 같다.

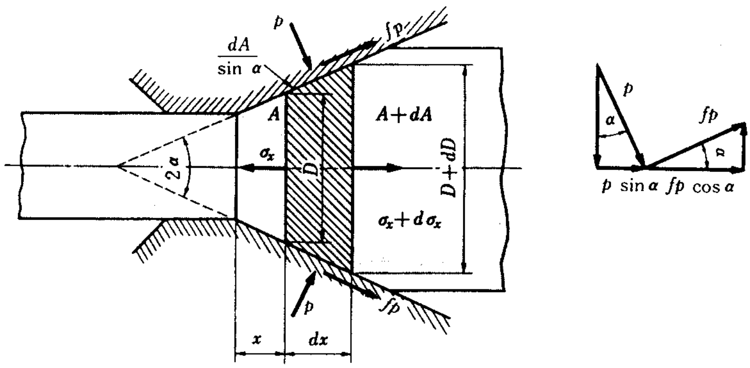

Fig. Ⅲ-99

$$A \cdot d\sigma_x + \{\sigma_x + (\sigma_0 - \sigma_x)(1 + f \cdot \cot\alpha)\} \cdot dA = 0$$

$$\therefore \frac{d\sigma_x}{\sigma_x \cdot f \cdot \cot\alpha - (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0} = \frac{dA}{A} \tag{Ⅲ-77}$$

$$\therefore \frac{1}{f \cdot \cot\alpha} \ln\{\sigma_x \cdot f \cdot \cot\alpha - (1 + f \cdot \cot\alpha)\sigma_0\} = \ln A + \ln c$$

$$\therefore \ln\{\sigma_x \cdot f \cdot \cot\alpha - (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0\} = \ln(A \cdot c) \cdot f \cdot \cot\alpha$$

$$\therefore \sigma_x \cdot f \cdot \cot\alpha = (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0 + (e^{\ln(A.c)})^{f\cot\alpha}$$

$$\therefore \sigma_x = \frac{1}{f \cdot \cot\alpha}\{(Ac)^{f.\cot\alpha} + (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0\}$$

$$= \frac{1}{f \cdot \cot\alpha}\{c^{f.\cot\alpha} \cdot A^{f.\cot\alpha} + (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0\} \tag{Ⅲ-78}$$

$$= \frac{1}{f \cdot \cot\alpha}\{C \cdot A^{f.\cot\alpha} + (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0\}$$

단, $C = c^{f.\cot\alpha}$

적분상수 C를 구하기 위하여 die 입구 $A = A_0$에서 $\sigma_x = 0$로 놓으면

$$0 = \frac{1}{f \cdot \cot\alpha}\{C \cdot A_0^{f.\cot\alpha} + (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0\}$$

$$\therefore C = -\frac{(1 + f\cot\alpha)\sigma_0}{A_0^{f.\cot\alpha}}$$

이다.

$$\therefore \sigma_x = \frac{1}{f \cdot \cot\alpha}\left\{-\frac{(1 + f \cdot \cot\alpha)\sigma_0}{A_0^{f.\cot\alpha}} \cdot A^{f.\cot\alpha} + (1 + f\cot\alpha)\sigma_0\right\}$$

$$= \frac{\sigma_0(1 + f\cot\alpha)}{f \cdot \cot\alpha}\left\{1 - \left(\frac{A}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}\right\}$$

$$= \sigma_0\left(1 + \frac{1}{f \cdot \cot\alpha}\right)\left\{1 - \left(\frac{A}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}\right\} \tag{Ⅲ-79}$$

$$= \sigma_0\left(1 + \frac{1}{f \cdot \cot\alpha}\right)\left\{1 - \left(\frac{D^2}{D_0^2}\right)^{f.\cot\alpha}\right\} \tag{Ⅲ-80}$$

만일 逆張力 F_b가 작용하여 逆張應力 σ_{xb}라 하면 die 입구 $A = A_0$에서 $\sigma_x = \sigma_{xb}$이므로 적분상수 C는 다음과 같이 구한다.

$$\sigma_{xb} = \frac{1}{f \cdot \cot\alpha}\left\{C \cdot A_0^{f.\cot\alpha} + (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0\right\}$$

$$\therefore C = \frac{\sigma_{xb} \cdot f \cdot \cot\alpha - (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0}{A_0^{f.\cot\alpha}}$$

$$\therefore \sigma_x = \frac{1}{f \cdot \cot\alpha}\left\{\frac{\sigma_{xb} \cdot f \cdot \cot\alpha - (1 + f \cdot \cot\alpha) \cdot \sigma_0}{A_0^{f.\cot\alpha}} \cdot A^{f.\cot\alpha} + (1 + f\cot\alpha) \cdot \sigma_0\right\}$$

$$=\left(\frac{A}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}\left\{\sigma_{xb}-\left(1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right)\sigma_0\right\}+\left\{1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right\}\cdot\sigma_0$$

$$=\left(\frac{A}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}\cdot\sigma_{xb}-\left(\frac{A}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}\left(1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right)\sigma_0+\left(1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right)\cdot\sigma_0$$

$$=\sigma_0\left(1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right)\left\{1-\left(\frac{A}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}\right\}+\sigma_{xb}\cdot\left(\frac{A}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}$$

$$=\sigma_0\left(1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right)\left\{1-\left(\frac{D^2}{D_0^2}\right)^{f.\cot\alpha}\right\}+\sigma_{xb}\cdot\left(\frac{D^2}{D_0^2}\right)^{f.\cot\alpha} \qquad (\text{Ⅲ}-81)$$

식 (Ⅲ-79), 식 (Ⅲ-80)으로부터 逆張力이 없을 때의 die出口에서의 인발응력 σ_{xf}는 다음과 같다.

$$\sigma_{xf}=\sigma_0\left(1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right)\left\{1-\left(\frac{A_f}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}\right\}$$

$$=\sigma_0\left(1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right)\left\{1-\left(\frac{D_f^2}{D_0^2}\right)^{f.\cot\alpha}\right\} \qquad (\text{Ⅲ}-82)$$

역장력이 작용할 때의 die 출구에서의 인발응력 σ_{xf}는 식 (Ⅲ-81)로부터 다음과 같다.

$$\sigma_{xf}=\sigma_0\left(1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right)\left\{1-\left(\frac{A_f}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}\right\}+\sigma_{xb}\left(\frac{A_f}{A_0}\right)^{f.\cot\alpha}$$

$$=\sigma_0\left(1+\frac{1}{f\cdot\cot\alpha}\right)\left\{1-\left(\frac{D_f^2}{D_0^2}\right)^{f.\cot\alpha}\right\}+\sigma_{xb}\left(\frac{D_f^2}{D_0^2}\right)^{f.\cot\alpha} \qquad (\text{Ⅲ}-83)$$

식 (Ⅲ-83)에서 보는 바와 같이 인발응력의 증가량은 역장력의 것보다 작으며 常數 $f\cdot\cot\alpha$가 클수록 역장력의 인발응력에 대한 영향은 작다.