Fig. Ⅲ-73에서 N과 N'을 中立點이라 하면 $\angle NOY = \angle N'O'Y' = \beta$를 中立角(no-slip angle)이라 한다.

N과 N'를 경계로 하여 마찰력의 방향이 바뀌며 가공재료의 응력분포도 이 경계의 左右가 서로 다르다.

원호 XN에 작용하는 압력 및 마찰력의 압연방향에 대한 성분 F_{XN}과 원호 NY에 작용하는 압력 및 마찰력의 압연방향성분 F_{NY}가 같아야 한다는 조건에서 중립각 β를 구하여 본다.

roller의 반경이 단위길이이고 紙面에 수직인 방향의 單位壓延幅에 대하여 생각하면

$$F_{XN} = \int_{\beta}^{\alpha} (1 \times d\theta \cdot p_r \cdot f \cdot \cos\theta - 1 \times d\theta \cdot p_r \cdot \sin\theta) = \int_{\beta}^{\alpha} (f \cdot p_r \cdot \cos\theta \cdot d\theta - p_r \cdot \sin\theta \cdot d\theta) \qquad (Ⅲ-49)$$

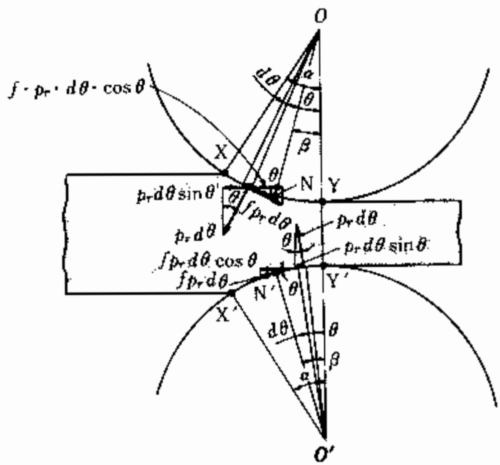

Fig. Ⅲ-73

$$F_{NY}=\int_0^{\beta}(f\cdot p_r\cdot\cos\theta\cdot d\theta+p_r\cdot\sin\theta\cdot d\theta) \qquad (\text{III}-50)$$

roller의 압력 p_r는 접촉면의 위치에 따라 크기가 다르지만 근사적인 중립각을 구하기 위하여 그 평균값을 p_{rm}으로 놓으면

$$F_{XN}=p_{rm}\int_{\beta}^{\alpha}(f\cdot\cos\theta-\sin\theta)\cdot d\theta=p_{rm}\Big[f\cdot\sin\theta+\cos\theta\Big]_{\beta}^{\alpha}$$

$$=p_{rm}[f(\sin\alpha-\sin\beta)-(\cos\beta-\cos\alpha)]$$

$$F_{NY}=p_{rm}\int_0^{\beta}(f\cdot\cos\theta+\sin\theta)\cdot d\theta=p_{rm}\Big[f\cdot\sin\theta-\cos\theta\Big]_0^{\beta}$$

$$=p_{rm}[f\cdot\sin\beta+(1-\cos\beta)]$$

$F_{XN}=F_{NY}$로 놓으면

$$f\cdot(\sin\alpha-\sin\beta)-(\cos\beta-\cos\alpha)=f\cdot\sin\beta+(1-\cos\beta)$$

$$\therefore\ \sin\beta=\frac{1}{2f}(\cos\alpha+f\cdot\sin\alpha-1)=\frac{1}{2\cdot\tan\rho}(\cos\alpha+\tan\rho\cdot\sin\alpha-1)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{\cos\rho\cdot\cos\alpha}{\sin\rho}+\sin\alpha-\frac{\cos\rho}{\sin\rho}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{\cos\rho\cdot\cos\alpha+\sin\rho\cdot\sin\alpha}{\sin\rho}\right.$$

$$\left.-\frac{\cos\rho}{\sin\rho}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{\cos(\rho-\alpha)-\cos\rho}{\sin\rho}\right)$$

上式에서 $\alpha<2\rho$인 경우에는 $\sin\beta>0$이므로 $\beta>0$가 되어 中立點은 XY上에 있으며 自力으로 압연이 가능하다. $\alpha>2\rho$인 경우에는 $\sin\beta<0$가 되어 自力으로 압연이 불가능하다. α가 작으면 $\sin\alpha\fallingdotseq\alpha$, $\sin\beta\fallingdotseq\beta$가 되며 $\cos\alpha\fallingdotseq 1-\frac{\alpha^2}{2}$이므로

$$\beta=\frac{1}{2f}\left(1-\frac{\alpha^2}{2}+f\cdot\alpha-1\right)=\frac{1}{2f}\left(f\cdot\alpha-\frac{\alpha^2}{2}\right)=\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{f}\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \qquad (\text{III}-52)$$

이 된다. 그런데 $L_p=R\sin\alpha$이고

$$\sin\alpha=\frac{L_p}{R}=\frac{[R(h_0-h_f)]^{\frac{1}{2}}}{R}=\left(\frac{2(h_0-h_f)}{D}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (\text{III}-53)$$

이다.

$$\therefore\ \beta\fallingdotseq\left(\frac{h_0-h_f}{2D}\right)^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{f}\cdot\frac{(h_0-h_f)}{2D} \qquad (\text{III}-54)$$

roller의 지름 D와 마찰계수 f가 작을수록, 그리고 (h_0-h_f)가 클수록 等速角(no-slip angle)은 작아지는 것을 알 수 있다.