

선반의 bed, milling machine의 column, planer의 column과 bed 같은 frame의 靜的 또는 動的荷重에 의한 변형은 공작기계의 加工精密度와 加工能率에 영향을 준다. 따라서 공작기계의 설계에 있어서 소요의 가공정밀도를 얻을 수 있도록 구조물 형태나 재료, 조립, 조작 및 chip 처리 등을 면밀하게 선택하여야 한다.

공작기계의 설계에 강성(rigidity) 개념을 처음으로 도입한 Krug는 강성의 크기를 負荷[kg]/變形[ $\mu$ ]로 정의하고, 負荷에 따라서 다음과 같이 靜剛性(static stiffness)과 動剛性(dynamic rigidity)으로 분류하였다.

## 2-1 靜 剛 性

정하중에 의하여 변형이 생기기 어려운 성질을 정강성이라 하며, 변형의 원인이 되는 정하중에는 다음과 같은 것이 있다.

- ① 기계의 운동 부분의 중량
- ② 공작물의 중량
- ③ 절삭저항

정강성을 대별하면 다음의 3 종류를 들 수 있다.

- ① 인장 및 압축강성

$$k_a = \frac{P_a}{\delta_a} = \frac{E \cdot A}{l} \quad [\text{kg}/\mu] \quad (5-108)$$

- ② 굽힘강성

$$k_b = \frac{P_b}{\delta_b} = C \cdot \frac{E \cdot I}{l^3} \quad [\text{kg}/\mu] \quad (5-109)$$

- ③ 비틀림강성

$$k_t = \frac{M_t}{\theta} = \frac{M_t}{\varphi/l} = \frac{M_t \cdot l}{\varphi} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}/\text{rad}] \quad (5-110)$$

위에서  $P_a$ [kg]는 인장 또는 압축하중,  $\delta_a$ [ $\mu$ ]는 인장 또는 압축변형량,  $P_b$ [kg]는 굽힘하중,  $\delta_b$ [ $\mu$ ]는 요량,  $M_t$ [kg·m]는 비틀림 moment,  $\varphi$ [rad]는 비틀림각도,  $E$ [kg/cm<sup>2</sup>]는 인장 또는 압축탄성계수이다.

### 2-1-1 斷面形狀과 靜剛性

Fig. 5-64(a)는 높이가 같고 단위길이에 대한 중량이 같은(斷面積이 같은) 단면형상 I, II, III, IV를 갖는 4종의 beam을 보여 주고, Fig. 5-64(b)는 굽힘강성  $k_b$ 와 비틀림강성  $k_t$ 의 관계를 단면폭  $b$ 와 높이  $h$ 의 비  $n = \frac{b}{h}$ 에 대하여 표시한 것이다.

단면형상 IV의 면적과 형상 I의 면적은 같으므로,

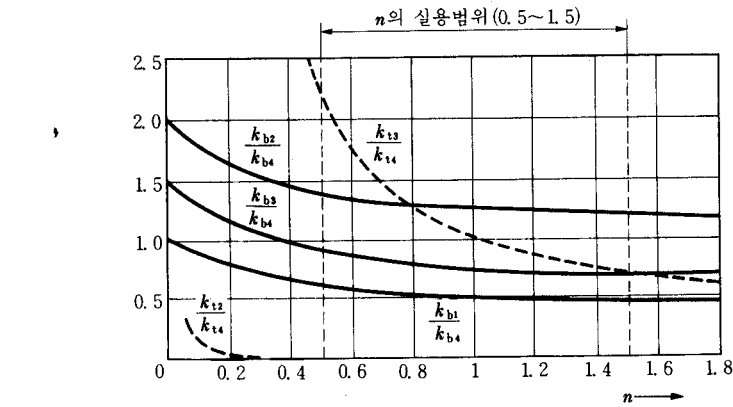
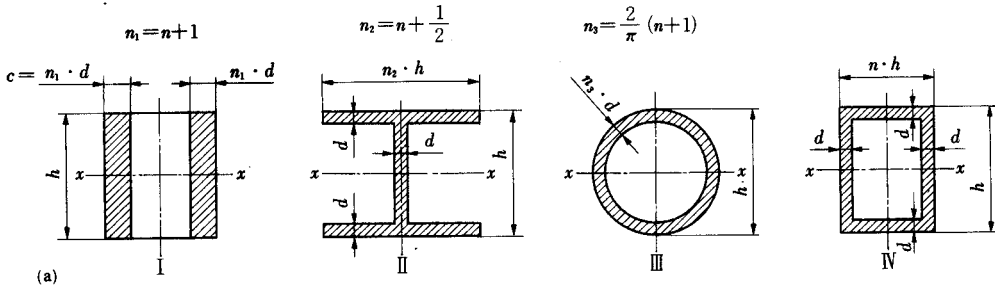
$$h \cdot (n \cdot h) - (h - 2d)(n \cdot h - 2d) = 2h \cdot c$$

에서

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{2h} (n \cdot h^2 - n \cdot h^2 + 2n \cdot h \cdot d + 2h \cdot d - 4d^2) \\ &= n \cdot d + d - \frac{2d^2}{h} \\ &\div (n+1) \cdot d \\ &= n_1 \cdot d \end{aligned} \tag{5-111}$$

단,  $n_1 = n + 1$

위와 같은 방법으로 계산하면



(b)  $k_{b1}$  = I 단면의 굽힘강성,  $k_{b2}$  = II 단면의 굽힘강성,  $k_{b3}$  = III 단면의 굽힘강성,  $k_{b4}$  = IV 단면의 굽힘강성,  $k_{t2}$  = II 단면의 비틀림강성,  $k_{t3}$  = III 단면의 비틀림강성,  $k_{t4}$  = IV 단면의 비틀림강성

Fig. 5-64 각종 구조물 단면형상에 따른 굽힘 및 비틀림강성(Koenigsberger)

$$n_2 = n + \frac{1}{2} \tag{5-112}$$

$$n_3 = \frac{2}{\pi} (n + 1) \tag{5-113}$$

이 구해진다.

Fig. 5-64(b)에서 보는 바와 같이 실용범위인  $n=0.5 \sim 1.5$ 에서는 閉鎖形 III과 IV형단면이 굽힘강성과 비틀림강성의 관점에서 가장 좋다는 것을 알 수 있다.

고려대상이 강성뿐 아니라 破壞強度도 있으며, Krug에 의하면 鋼의 縱彈性係數  $E$ 가 鑄鐵의 것의 2배이고 주철의 허용인장응력과 굽힘응력은 연강의 것의 30~60%에 불과하므로 주철 대신에 강을 사용하는 것이 재료의 절약 및 중량의 감소면에서 유리하다고 한다.

矩形斷面の 單純支持보에서 사용 재료의 강도 및 강성을 동시에 한계까지 이용하는 값으로 길이와 높이의 비를 택한다면 상당한 재료의 절약을 할 수 있다는 Krug의 제안이 절대적인 것이 아니라는 것을 Fig. 5-65(a)의 경우를 예로 설명하고자 한다.

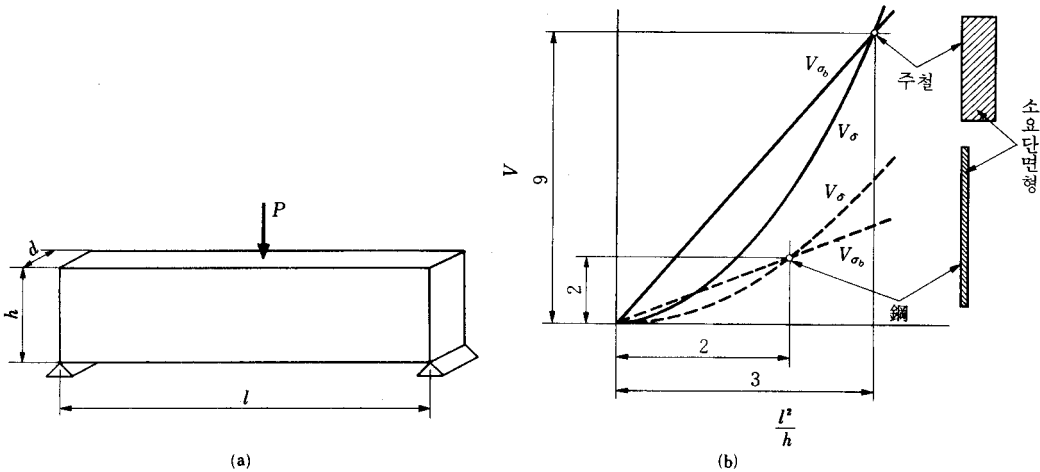


Fig. 5-65 주철과 강의 剛性比較

변위  $\delta$ 와 굽힘응력  $\sigma_b$ 는 다음과 같이 된다는 것을 재료역학에서 이미 공부하였을 것으로 생각한다.

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{P \cdot l^3}{48 E \cdot I} = \frac{1}{48 E} \cdot \frac{P \cdot l^3}{d \cdot h^3 / 12} = \frac{1}{4 E} \cdot \frac{P \cdot l^3}{d \cdot h \cdot l \cdot h^2} = \frac{P \cdot l^3}{4 E \cdot V \cdot h^2} \\ &= \frac{P}{4 E \cdot V} \cdot \left(\frac{l^2}{h}\right)^2 \end{aligned} \tag{5-114}$$

$$\sigma_b = \frac{\frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2}}{d \cdot h^2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P \cdot l}{d \cdot h^2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{d \cdot h \cdot l} \cdot \frac{l^2}{h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{V} \cdot \frac{l^2}{h} \tag{5-115}$$

$V$ 는 보의 체적으로서  $V = d \cdot h \cdot l$ 이며, 허용굽힘응력 (permissible maximum bending stress)을  $\sigma_b$ , 허용굽힘변위 (permissible maximum deflection)를  $\delta_p$ 라 하고 이에 대한 최소 필요 체적을 각각  $V_\sigma$  및  $V_{\sigma 0}$ 라 하면 식 (5-114)와 식 (5-115)에서 다음 식을 얻는다.

$$V_{\sigma} = \frac{P}{4} \cdot \frac{1}{E} \cdot \frac{1}{\delta_p} \cdot \left(\frac{l^2}{h}\right)^2 \quad (5-116)$$

$$V_{\sigma p} = \frac{3P}{2} \cdot \frac{1}{\sigma_{bp}} \cdot \frac{l^2}{h} \quad (5-117)$$

식 (5-116)과 식 (5-117)에 의하면, 보의 체적은  $l^2/h$ 의 함수이며 이들 식은 공작기계 bed 설계의 중요한 기초가 된다.

허용응력과 허용변위가 동시에 한계치까지 이용되면  $l^2/h$  값은 주철과 강에서 다르다는 것을 알 수 있다. 허용응력과 허용변위를 동시에 만족하는  $l^2/h$ 를 구하기 위해서는 식 (5-116)과 식 (5-117)을 等値시키면 된다.

예로서 주철의  $E=11 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ , 강의  $E=22 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ , 주철의  $\sigma_{bp}=100 \text{ kg/cm}^2$ , 강의  $\sigma_{bp}=300 \text{ kg/cm}^2$ 이라 하면, 주철의 경우

$$V_{\sigma} = V_{\sigma p} = \frac{P}{4} \cdot \frac{1}{11 \times 10^5} \cdot \frac{1}{\delta_p} \left(\frac{l^2}{h}\right)^2 = \frac{3P}{2} \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{l^2}{h}$$

으로 되며,

$$\frac{1}{2 \times 11 \times 10^5} \cdot \frac{1}{\delta_p} \cdot \frac{l^2}{h} = 3$$

의 관계가 얻어진다.

여기에서  $\delta_p = \frac{1}{2 \times 11 \times 10^5} \text{ cm}$ 라 가정하면  $\frac{l^2}{h} = 3$  이 되며  $V_{\sigma} = V_{\sigma p} = \frac{P}{200} \times 9$  이다.

강의 경우에서도  $\delta_p = \frac{1}{2 \times 11 \times 10^5} \text{ cm}$ 라 가정하면  $V_{\sigma} = V_{\sigma p} = \frac{P}{4} \cdot \frac{1}{22 \times 10^5} \cdot \frac{1}{\delta_p} \left(\frac{l^2}{h}\right)^2 = \frac{3P}{2} \cdot \frac{1}{300} \cdot \frac{l^2}{h}$ 에서  $\frac{l^2}{h} = 2$  이며,  $V_{\sigma} = V_{\sigma p} = \frac{P}{200} \times 2$  이다. 따라서 Fig. 5-65(b)와 같은 선도가 얻어진다. 이와 같은 조건에서 강을 사용하면 주철 체적의 23% 정도로서 70% 이상의 재료 절약을 가져온다. 그러나 강에서는 같은 길이  $l$ 에 대하여  $l^2/h$ 이 적으므로, 높고 체적이 적으므로 얇게 되어 보강할 필요가 있을 수 있다. 이와 같은 이유로 실제에서는 Fig. 5-65(b)에서  $V_{\sigma}$ 와  $V_{\sigma p}$ 의 교점의 右則을 이용하는 것이 대부분이며, 공작기계의 치수와 체적의 계산은 재료의 파괴강도보다는 강성의 관점에서 행하는 것이 좋다.

## 2-1-2 구멍과 靜剛性

공작기계의 중량 支持部가 반드시 전길이에 걸쳐서 균일한 단면만으로 설계 제작된다고 할 수 없다. Fig. 5-66은 Aachen공대 연구소에서의 모형 실험 결과이며, 둥근 구멍의 영향이 구멍 직경의 약 2배 ( $l_1 \approx 2d$ )의 범위까지 미치고 있다.

길이  $l$ 인 긴 구멍에서는 보의 전길이에 비하여 영향 범위가 더욱 확대되어 있으며, 總合剛性에 큰 영향을 주고 있다 ( $l_2 = l + d$ ). 이와 같은 벽의 구멍은 기계구조물 및 bed 등에서 gear상자 등의 설치로 인하여 불가피한 경우가 많다.

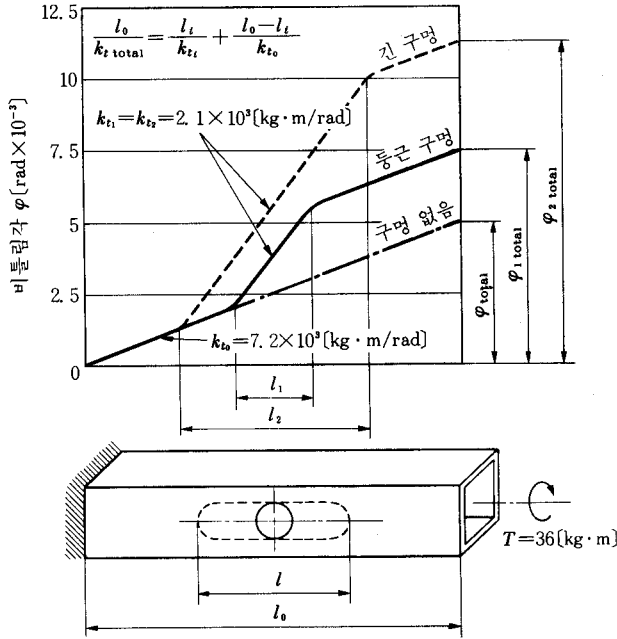


Fig. 5-66 벽에 구멍이 있는 상자형 보의 비틀림각과 비틀림강성

Fig.5-67은 벽에 구멍이 없는 경우(a), 구멍이 있는 경우(b), 구멍에 뚜껑이 위에만 있는 경우(c), 구멍에 마개 뚜껑이 있는 경우(d)에 대한 실험 결과로서 구멍에 의한 굽힘강성의 저하는 적으나 비틀림강성의 저하는 현저하게 나타난다. 뚜껑을 덮어서 굽힘강성은 상당한 정도까지 보강이 되나 비틀림강성에 대한 보강의 효과는 아주 적다는 것을 알 수 있다.

Peters가 제안한 예로서 Z자형 대각선 배치 보강이 전후의 rib 배치보다 굽힘강성과 비틀림강성이 우수하다는 것이다.

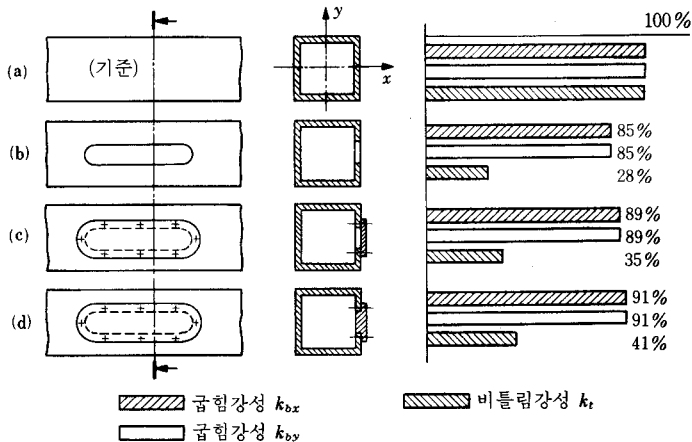


Fig. 5-67 구멍 유무 및 뚜껑의 유무에 대한 상자형 단면보의 정적 특성

### 2-1-3 結合部와 靜剛性

공작기계의 구조물은 單一體로 구성되어 있는 경우는 드물고 부분의 체결 및 결합에 의하여 구성되는 것이 대부분이다. 예를 들면 flange의 변형, 체결 bolt의 伸長, 各部간의 遊隙의 변화, 안내면과 bearing의 하중 전달 요소의 변화 등이 강성에 영향을 준다.

Fig. 5-68은 공작기계 구조물의 bolt 결합예를 보여 주며, bolt를 적절히 배열하면 부분 결합으로 인한 단일체에 대한 강성 저하를 어느 정도 회복시킬 수 있다.

굽힘을 받는 flange결합부의 압축측에 bolt를 집중시키는 것은 전체적으로 균등하게 배열하는 것보다 불리하며, 도리어 인장측에 집중시키는 것이 유리하다. flange결합부가 비틀림을 받는 경우 역시 bolt를 균등하게 배치하는 것이 좋다. 체결하중이 비교적 적은 범위에서는 체결

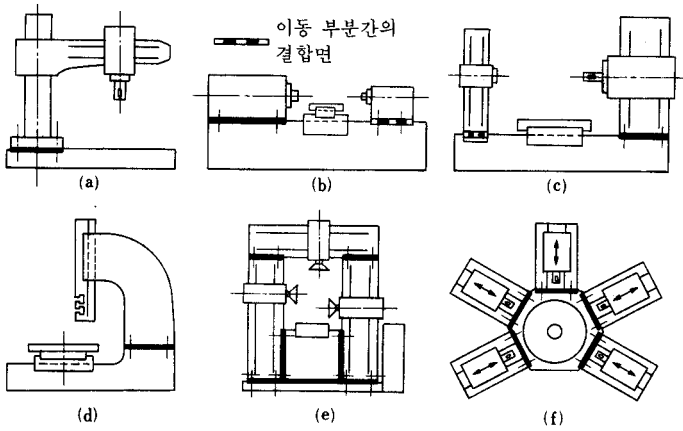


Fig. 5-68 공작기계 구조물의 bolt 결합

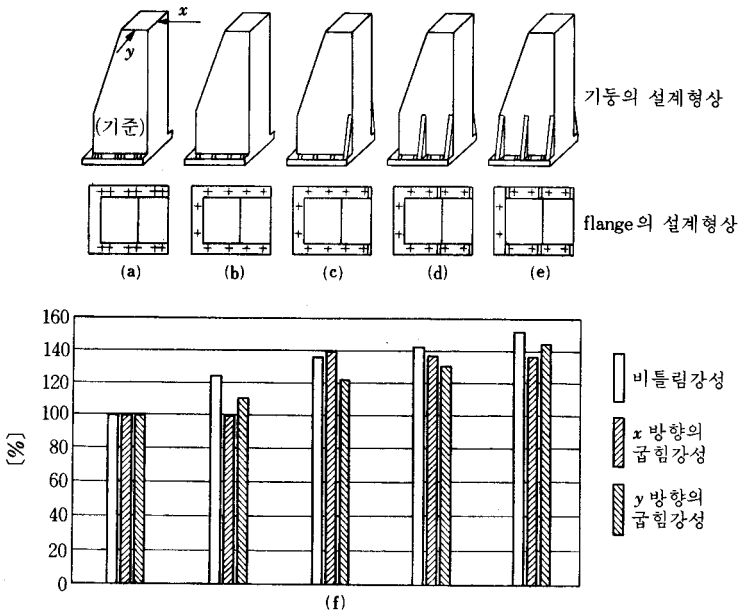


Fig. 5-69 flange 설계가 강성에 미치는 영향

하중의 증가에 따라 flange 결합부의 굽힘강성은 상당히 증가하나 비틀림강성의 증가는 극히 적다. flange 결합면은 가능하면 넓고 평탄 또는 평활하게 다듬어야 한다. 물론 flange 자체의 강성도 결합부의 굽힘강성에 기여하는 바가 크다.

Fig. 5-69는 flange 설계가 강성에 미치는 영향을 보여 주는 것으로서 (a)에서는 flange 체결 bolt를 12개 사용하고 다음 것에서는 bolt를 10개 사용하고 flange를 보강(2, 4, 6개 곳)한 결과 결합부의 강성이 무려 50% 정도 증가하였다.

flange 두께를 증가시키면 단면 2차 moment는 증가하나 bolt가 길어져서 bolt의 伸長이 커지므로 flange 결합부가 분리될 위험이 있을 수 있다.

기계 各部를 결합할 경우에는 單一體의 강성에 상당하는 보강법을 고려하여야 하며, bearing에 의하여 지지되는 軸, 안내면상을 운동하는 미끄럼대 등과 같이 상호운동부에 대하여는 차 후에 언급하기로 한다.

## 2-2 動 剛 性

변동하중 및 관성력에 의한 振動이 생기기 어려운 성질을 동강성(dynamic rigidity, dynamic stiffness)이라 하며, 공구 및 가공 방법의 발달에 따라 고속절삭이 행하여지고 요구되는 가공정밀도가 엄격하여지고 있기 때문에 동강성이 높은 공작기계가 요구되고 있다.

### 2-2-1 振動과 動剛性

진동에 영향을 주는 因子로는 다음과 같은 것을 들 수 있다.

- ① 진동체의 질량( $m$ )
- ② 정강성(또는 spring 상수,  $k$ )
- ③ 감쇠계수( $n$ )
- ④ 고유진동수( $\omega_0$ )

Fig. 5-70에 주기적인 外力  $F_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t')$ 를 가한 粘性減衰를 받는 강제진동의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -m \cdot g - k \cdot x - C_d \cdot \dot{x} + m \cdot g + F_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t') &= m \cdot \ddot{x} \\ \therefore m \cdot \ddot{x} + C_d \cdot \dot{x} + k \cdot x &= F_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t') \end{aligned} \quad (5-118)$$

여기에서,  $F_{\max}$ : 주기적인 外力의 최대값

$\omega$ : 주기적인 外力의 角振動數

식 (5-118)에서

$$\ddot{x} + \frac{C_d}{m} \cdot \dot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = \frac{F_{\max}}{m} \cdot \cos(\omega \cdot t') \quad (5-119)$$

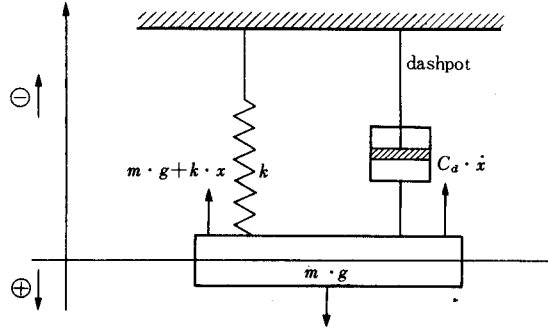


Fig. 5-70

$\frac{k}{m} = \omega_0^2$ ,  $\frac{C_a}{m} = 2n$ 이라 하면 식 (5-119)는 다음과 같이 된다.

$$\ddot{x} + 2n \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = \frac{F_{\max} \cdot g}{W} \cdot \cos(\omega \cdot t') \tag{5-120}$$

식 (5-120)의 特解를

$$x_1 = M \cdot \sin(\omega \cdot t') + N \cdot \cos(\omega \cdot t') \tag{a}$$

라 하자. 여기서  $M$ 과  $N$ 은 상수이다.

식 (a)를 식 (5-120)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} &(-M \cdot \omega^2 - 2N \cdot \omega \cdot n + M \cdot \omega_0^2) \cdot \sin(\omega \cdot t') + \\ &(-N \cdot \omega^2 + 2M \cdot n \cdot \omega + N \cdot \omega_0^2) \cdot \cos(\omega \cdot t') \\ &= \frac{F_{\max} \cdot g}{W} \cdot \cos(\omega \cdot t') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore -M \cdot \omega^2 - 2N \cdot \omega \cdot n + M \cdot \omega_0^2 &= (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot M \\ -2n \cdot \omega \cdot N &= 0 \\ -N \cdot \omega^2 + 2M \cdot \omega \cdot n + N \cdot \omega_0^2 &= 2\omega \cdot n \cdot M + (\omega_0^2 - \omega^2) \cdot N \\ &= \frac{F_{\max} \cdot g}{W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore M &= \frac{F_{\max} \cdot g}{W} \cdot \frac{2n \cdot \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \cdot \omega^2} \\ N &= \frac{F_{\max} \cdot g}{W} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2} \end{aligned} \tag{b}$$

식 (b)를 식 (a)에 대입하면 特解를 얻게 된다. 이 특해를 減衰自由振動方程式의 일반해인  $x = e^{-n \cdot t'} [C_1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t') + C_2 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t')]$ \*에 더하면 식 (5-120)의 一般解를 얻게 된다. 즉

$$x = e^{-nt'} [C_1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t') + C_2 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t')] + M \cdot \sin(\omega \cdot t') + N \cdot \cos(\omega \cdot t') \tag{5-121}$$

\* 金屬切削理論, 서남섭, 동명사, p.300



식 (5-121)의 강제진동의 항은 Fig. 5-71과 같은 vector에 의하여 간단하게 표시할 수 있다. vector  $\vec{OD}$ 와  $\vec{OB}$ 를 vector  $\vec{OC}$ 로 대체할 수 있다. vector  $\vec{OC}$ 의 크기  $A$ 는 다음과 같다.

$$A = \sqrt{M^2 + N^2} = \frac{F_{\max} \cdot g}{W} \sqrt{\frac{4n^2 \cdot \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \cdot \omega^2]}}$$

$$= \frac{F_{\max}/m}{\sqrt{4n^2 \cdot \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}}$$

$\frac{F_{\max}}{m} = F_0$ 로 놓으면

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{4n^2 \cdot \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}} \quad (5-122)$$

$A$ 를 축  $X$ 에 투영하면

$$x_1 = M \cdot \sin(\omega \cdot t') + N \cdot \cos(\omega \cdot t')$$

$$= A \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega \cdot t' + \alpha\right)$$

$\frac{\pi}{2} + \alpha = \phi$ 라 하면

$$x_1 = A \cdot \cos(\omega \cdot t' - \phi)$$

$$= \frac{F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t' - \phi)}{\sqrt{4n^2 \cdot \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}} \quad (5-123)$$

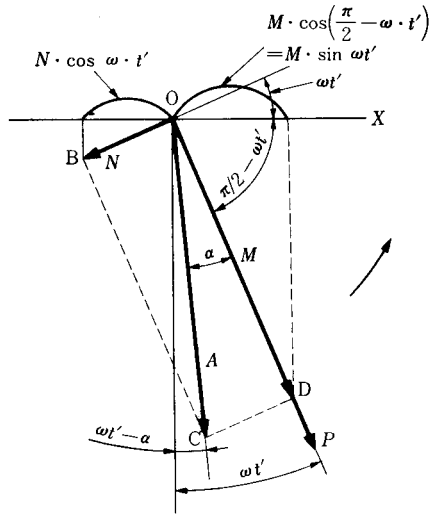


Fig. 5-71

여기에서  $A = \frac{F_0}{\sqrt{4n^2 \cdot \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}}$ 를 振幅(amplitude)이라 한다. 또한 진폭은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A = \frac{F_{\max} \cdot g}{W} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \cdot \omega^2}}$$

$$= \frac{F_{\max}}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \cdot \omega^2}{\omega_0^4}}}$$

$$= \frac{F_{\max}}{m} \cdot \frac{m}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \cdot \omega^2}{\omega_0^4}}}$$

$$= \delta_{st} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \cdot \omega^2}{\omega_0^4}}} \quad (5-124)$$

여기서,  $\delta_{st}$  = 靜的伸長이며,  $\frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \cdot \omega^2}{\omega_0^4}}}$ 을 倍率(magnification factor)이라

한다.

또

$$A = \frac{F_0}{\omega_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4n^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$= \frac{F_0}{\omega_0^2} \times \text{倍率}$$

$$\therefore \text{倍率} = \frac{A \cdot \omega_0^2}{F_0}$$

Fig. 5-72는 減衰係數  $n$ 에 따른 각진동수비  $\omega/\omega_0$ 와 배율의 관계를 보여 준다.

$\omega_0 = \omega$  이면

$$A = \frac{F_0}{2n \cdot \omega_0}$$

로서 共振에서의 진폭이다. Fig. 5-72에서 보는 바와 같이 강제진동의 진폭을 최소화하기 위해서 가능하면 고유진동의 각진동수  $\omega_0$ 를 작게 하고 강제진동의 각진동수  $\omega$ 를 크게 하여야 함을 알 수 있다.

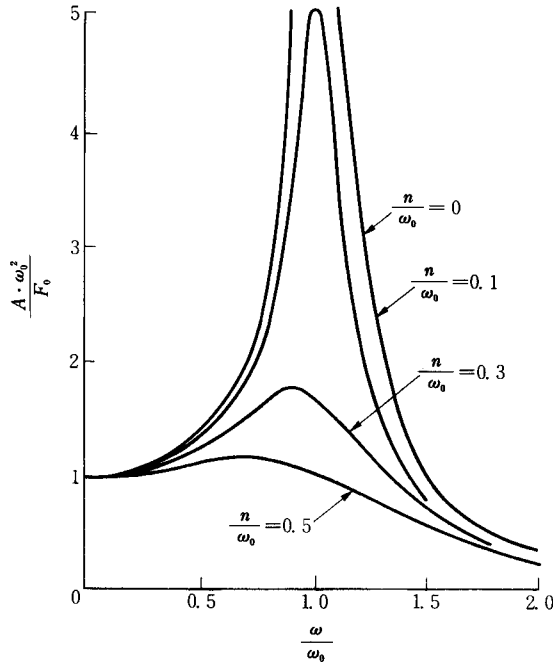


Fig. 5-72

배율을 낮게 하려면 고유진동수  $\omega_0$ 를 크게 하고 강제진동수  $\omega$ 를 작게 하거나,  $\omega_0$ 를 작게 하고  $\omega$ 를 크게 한다.  $\omega_0$ 를 크게 하기 위하여는 靜剛性을 크게 하고 질량을 감소시키며, 낮은 고유진동수  $\omega_0$ 를 얻기 위하여는 正강성을 낮게 하고 질량을 되도록 크게 한다.

주철의 감쇠계수는 강의 것의 數倍나 되어 진동의 감쇠작용이 크며, 흑연의 함유량이 많을수록 감쇠작용이 큰데 이것은 주철 내부조직 사이에 있는 층상으로 존재하는 針狀自由黑鉛의 기계적 마찰에서 기인된다고 한다.

공작기계의 진동을 1自由度 또는 2自由度의 문제로 단순화하여 해석한다는 것은 곤란할 뿐 아니라, 순수이론적 계산에 의존할 수 없는 경우가 대부분이다. 따라서 공작기계의 진동은 모

형실험 또는 실물실험을 통하여 검토하고 규명하고 있는 실정이다.

Aachen 공대의 연구에 의하면 Fig. 5-73에서 보는 바와 같이 상자형 보에 구멍이 없는 경우(a), 구멍이 있는 경우(b), 구멍에 뚜껑이 있는 경우(c), 구멍에 마개형 뚜껑이 있는 경우(d)에 고유진동수와 감소율이 각각 변하고 있다.

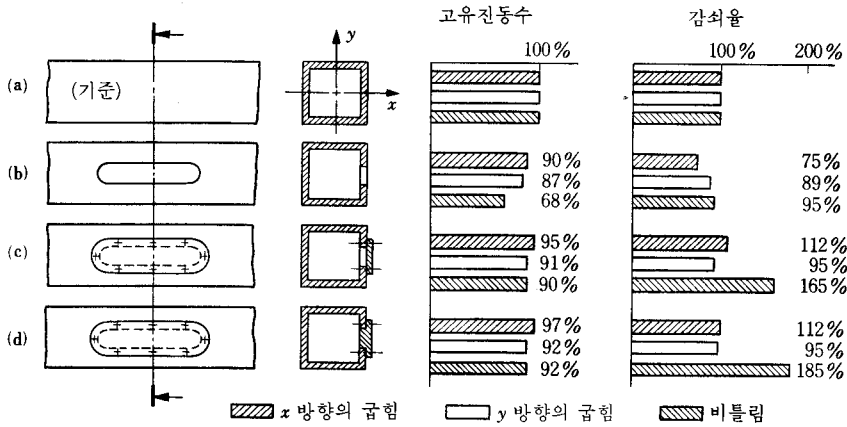


Fig. 5-73 구멍 유무 및 뚜껑 유무에 대한 상자형 斷面기둥의 동적특성 (Bielefeld)

Table 5-11 은 Heiss에 의한 실험 data로서 보의 형태 및 하중의 종류에 따라 강성, 진동수 및 감소계수의 상대적 크기가 변하고 있음을 보여 준다.

Table 5-11

No	보의 약도	중량(kg)	靜 剛 性			自由振動數			減衰係數		
			굽힘		비틀림	굽힘		비틀림	굽힘		비틀림
			1510mm 축상에 x y y		$\phi$	1510mm 축상에 x y y			1510mm 100kg 축상에 x y y		$T=1\text{kg}\cdot\text{m}$
			$c_b$ [kg/ $\mu$ ]		$c_D$	$\omega_{ob}$ [cps]		$\omega_{ot}$ [cps]	$n_b (\times 10^{-3})$		$n_t (\times 10^{-3})$
					$10^{-3} \text{mkg} \frac{\mu}{\text{m}}$						
I a		42	3.2	1.6	1.0	195	135	50.5	1.12	0.58	1.38
I b		43	3.65	1.6	1.6	209	135	54.5	0.74	0.31	0.56
I c		47	3.65	1.6	1.6	190	128	53.5	0.73	0.47	1.07
II		38	3.0	-	1.0	196	-	50.5	0.81	-	-
III		46	3.6	1.75	1.75	194	132.5	58	0.86	0.345	0.595
IV		49	3.6	1.95	11.6	187	137.6	129.5	0.75	0.23	0.285
V		44	1.6	1.75	22.3	118	134	183	0.79	0.25	1.26
VI		44	3.1	1.85	2.9	181	134.5	70	0.63	0.24	0.89
VII		45	2.95	1.8	3.7	178	136	78.5	0.65	0.275	0.335
		10.5	0.85	0.01	0.25	200 11 Rayleigh에 의한 계산		41	-	-	3.0 $T$ 0.25kg·m