

金屬切削의 次元解析

3-1 次元解析의 性質

本章에서 사용되는 次元이란 용어는 工學에서 일반적으로 취급하는 것과 概念이 다르다. 여기에서의 次元은 길이, 質量 및 溫度를 지칭하며 加工物의 직경이나 公差를 나타내지 않는다.

次元解析이 金屬切削研究에 처음 적용된 것은 著者에 의해서이며, 1939년에 本人이 Cincinnati Milling Machine Co.에서 연구를 수행할 때였다. 그 후 次元解析을 적용하는 연구가 계속되어 1949⁵⁰⁾년에 일부가 발표되었다.

지금까지는 生産部에 종사하는 사람에게 次元解析은 익숙한 상태가 아니다. 이것은 次元解析에 대한 책⁵¹⁾에서 金屬切削 또는 工作機械의 문제를 취급하지 않고 管内의 流體流動 벽과 流體間의 熱傳達 및 발전소의 engineer로부터의 관심사인 기타의 문제만을 취급하기 때문이다. 그러나 이와 같이 편리한 방법이 金屬切削研究에 이용되어서 안 된다는 이유는 없다.

次元解析法을 응용하기 위해서 적정한 物理量을 선택하는 데 다소의 기술과 훈련이 필요하다. 그러나 이 방법에서 연유하는 특성 때문에 필수 物理量을 간과할 가능성은 줄어든다.

예로서, 하나의 無次元量을 다른 無次元量에 대응하여 圖表를 그릴 경우, 曲線 또는 直線上에 있지 않으면 物理量을 선정할 때 누락된 것이 있다고 흔히 결론지을 수 있다.

또한 次元解析의 간단한 방정식이 풀리지 않는 경우가 있는데, 이것은 선정된 組合이 無次元積을 이루지 않는 것을 의미한다. 이런 경우는 이 해석에 포함된 본래의 값에 수정을 가하여야 한다. 次元解析은 실질적이면서 理論的 특징을 갖고 있으므로, 이 방법에 의하면 실험을 전부 다하지 않고도 신빙성 있는 정보를 얻을 수 있으며, 시간과 경비를 절약하고 金屬切削學의 諸般關係를 찾는 데 새로운 활로를 열 수 있다. 길이의 단위를 L , 질량의 단위를 M , 시간의 단위를 T , 온도의 단위를 θ 라 하여 이들 物理量의 次元을 서로 관련시켜 보면 切削速度, 移送, chip斷面積, 工具壽命 및 기타의 상호 관계를 예측할 수 있다. 이와 같이 해서 얻은 결론은 간단한 실험을 통하여 확인하면 된다. 金屬切削에 자주 취급되는 物理量은 Table 5와 같으며, 다음 節에서는 次元解析의 응용에 대하여 詳述하여 金屬切削研究에 중요한 新紀元을 이루는 데 도움을 주려 한다.

Table 5 金屬切削關係量の 次元

名 稱			次 元			名 稱			次 元		
幾何學的 量	길 이	L	質 量 質量을 포함하는 量	質 量	M	熱 의 量	溫 度	θ			
	切削깊이	L		表面張力	MT^{-2}		熱 量	ML^3T^{-2}			
	直 徑	L		spring常數	MT^{-2}		比 熱(c)	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$			
	面 積	L^2					熱傳導度(W)	$MLT^{-3}\theta^{-1}$			
	體 積	L^3					體積比熱($\sigma \cdot c$)	$ML^{-1}T^{-2}\theta^{-1}$			
	面積慣性 moment	L^4					統合熱($\sigma \cdot c \cdot W = H$)	$M^2T^{-5}\theta^{-2}$			
時間을 포함하는 量	時 間	T			壓力, 應力, 彈性係數	$ML^{-1}T^{-2}$		entropy	$ML^2T^{-2}\theta^{-1}$		
	振 動 數	T^{-1}			密 度	ML^{-3}		熱擴散率($W/\sigma \cdot c$)	L^2T^{-1}		
	角 速 度	T^{-1}			힘	MLT^{-2}					
	角加速度	T^{-2}			torque (힘의 moment), energy, 일	ML^2T^{-2}					
	線 速 度	LT^{-1}			動力(일률)	ML^2T^{-3}					
	線加速度	LT^{-2}			質量慣性 moment	ML^2					
	動粘性係數	L^2T^{-1}									

3-2 工具溫度의 次元解析

工具溫度는 Table 6에 요약된 物理量에 의하여 영향을 주로 받는 것으로 생각된다.

單位體積의 被削材를 제거하는 데 요하는 일로서 정의되는 比切削力 k_s 는 被削材의 平均剪斷強度와 Fig. 36~Fig. 39의 乘數와 같은 無次元量의 積에 의존한다. 제거된 被削材의 單位體積當 比熱은 密度 σ 와 比熱 c 의 積이며 이것을 體積比熱이라 한다. 工具材料의 熱傳導度는 경험에 의하면 영향이 극히 적기 때문에 被削材의 熱傳導度(W)를 취급하는 데 있어서 무시하기로 한다. 切削熱의 85% 이상이 chip에 의해 제거되므로 chip과 被削材의 熱傳導度가 工具材料의 熱傳導度보다 중요하게 취급된다는 것을 다음에 소개하려 한다. 同次元 理論에 의하여 工具溫度와 Table 6에 있는 5個의 量 사이에 일정한 관계가 존재한다. 이 이론에 의하면 정확한 物理方程式이라 하면 모든 項이 同次元을 가져야 한다는 것이다. 이것은 일상 언어에 있어서 사과와 자동차는 加算할 수 없다는 것과 같은 의미이다.

상호 관계를 알기 위하여 Table 6과 같이 길이 L , 質量 M , 時間 T , 溫度 θ 의 單位로 物理量의 次元을 정할 필요가 있다.

Table 6

物 理 量	記 號	次 元	物 理 量	記 號	次 元
溫 度	T_e	θ	比切削力	k_s	$ML^{-1}T^{-2}$
chip斷面積	A	L^2	被削材의 熱傳導度	W	$MLT^{-3}\theta^{-1}$
切 削 速 度	v	LT^{-1}	被削材의 體積比熱	h	$ML^{-1}T^{-2}\theta^{-1}$

6 개의 物理量과 4 개의 次元單位(길이, 質量, 時間, 溫度)를 포함하는 본 例에서 6 개의 全物理量을 서로 關連시키기 위해서는 2 개의 無次元積이 필요하다는 것을 수학적으로 보여줄 수 있다. Q_1 및 Q_2 라 하는 2 개의 無次元量을 구하기 위하여 방정식 Q_1, Q_2 를 쓰는 데 6 개의 量에서 임의의 5 개를 택하면 된다.

즉,

$$Q_1 = v^a \cdot k_s^b \cdot W^c \cdot h^d \cdot T_e \quad (52)$$

$$Q_2 = v^e \cdot k_s^f \cdot W^g \cdot h^i \cdot A \quad (53)$$

방정식 (52)의 指數 a, b, c, d 와 방정식 (53)의 指數 e, f, g, i 는 Q_1 및 Q_2 가 無次元이 되도록 定해져야 하며, Table 6의 次元을 방정식 (52)에 代入하면

$$\begin{aligned} Q_1 &= [LT^{-1}]^a \cdot [ML^{-1}T^{-2}]^b \cdot [MLT^{-3}\theta^{-1}]^c \cdot [ML^{-1}T^{-2}\theta^{-1}]^d \cdot [\theta] \\ &= [L^a T^{-a} \cdot M^b L^{-b} T^{-2b} \cdot M^c L^c T^{-3c} \theta^{-c} \cdot M^d L^{-d} T^{-2d} \theta^{-d} \cdot \theta] \\ &= [L^{(a-b+c-d)} \cdot T^{(-a-2b-3c-2d)} \cdot M^{(b+c+d)} \cdot \theta^{(-c-d+1)}] \end{aligned}$$

Q_1 이 無次元이 되기 위해서는 因數의 指數가 0 이어야 하므로

$$\text{因數 } L \text{에 대하여 } a-b+c-d=0$$

$$\text{因數 } T \text{에 대하여 } -a-2b-3c-2d=0$$

$$\text{因數 } M \text{에 대하여 } b+c+d=0$$

$$\text{因數 } \theta \text{에 대하여 } -c-d+1=0$$

$$\therefore a=0, b=-1, c=0, d=1$$

식 (52)에서 a 는 切削速度 v 의 指數이고, Q_1 이 無次元이 되기 위하여서는 $a=0$ 이 되어야 하므로 量 Q_1 에 切削速度의 因數는 없다($\because v^0=1$). b 는 比切削力 k_s 의 指數이며, $b=-1$ 이므로 Q_1 의 分母에 나타난다. $c=0$ 이므로 熱傳導度 W 의 因數는 나타나지 않으며, $d=1$ 이므로 體積比熱 h 는 分子에 있게 된다.

이상의 指數를 식 (52)에 代入하면

$$Q_1 = \frac{h \cdot T_e}{k_s} \quad (54)$$

같은 방법으로 Q_2 에 대해서도

$$\begin{aligned} Q_2 &= [LT^{-1}]^e \cdot [ML^{-1}T^{-2}]^f \cdot [MLT^{-3}\theta^{-1}]^g \cdot [ML^{-1}T^{-2}\theta^{-1}]^i \cdot [L]^2 \\ &= [L^e T^{-e} \cdot M^f L^{-f} T^{-2f} \cdot M^g L^g T^{-3g} \theta^{-g} \cdot M^i L^{-i} T^{-2i} \theta^{-i} \cdot L^2] \\ &= [L^{(e-f+g-i+2)} \cdot T^{(-e-2f-3g-2i)} \cdot M^{(f+g+i)} \cdot \theta^{(-g-i)}] \end{aligned}$$

$$\therefore e-f+g-i+2=0$$

$$-e-2f-3g-2i=0$$

$$f+g+i=0$$

$$-g-i=0$$

$$\therefore e=2, f=0, g=-2, i=2$$

이상의 指數를 식 (53)에 대입하면

$$Q_2 = \frac{v^2 \cdot h^2 \cdot A}{W^2} = \left(\frac{v \cdot h}{W} \right)^2 \cdot A \quad (55)$$

管路의 層狀運動을 결정하는 데 Reynolds number가 이용되는 것처럼 식 (54) 및 식 (55)와 같은 無次元量은 金屬切削에서도 대단히 중요함에도 불구하고 지금까지 이용되지 않았다.

Chao와 Trigger⁵²⁾는 無次元量 Q_2 가 도출된 지 수년 후에 Q_2 의 平方根에 해당하는 thermal number R_t 를 제안하였다.

즉,

$$R_t = \frac{v \cdot h \cdot f}{W}^*$$

$$\frac{v \cdot h}{W} = \frac{R_t}{f}$$

단, f : 回轉當移送, A : Q_2 에서 chip斷面積

Chao와 Trigger는 工具와 chip의 接觸面溫度가 단순히 thermal number에만 의존하는 것이 아니고 單位體積當의 金屬切削에 소비된 energy와 thermal number 사이에 函數關係가 존재한다고 하였는데, 著者の 私見으로도 옳은 지적인 것 같다. 이 energy(in·lb/in³)는 比切削力 k_s (lb/in²)와 동일하며, 이들 주장에서 결여된 것은 無次元量 Q_1 과 Q_2 를 상호 관련시킬 때 著者가 이미 생각해 낸 것이다. Q_1 은 比切削力 k_s 를, Q_2 는 thermal number R_t 를 각각 포함하고 있으며, Q_1 과 Q_2 의 관계는 한정된 경우에 Q_1 과 Q_2 에 포함된 物理量인 온도, 切削速度, chip斷面積, 比切削力 및 熱傳導度 등을 측정함으로써 실험적으로 구해질 수 있다. 이와 같은 모든 量을 측정하여 놓은 Gottwein⁵³⁾의 실험 data를 이용할 수 있으며, 이 data에서 Q_1 및 Q_2 의 많은 값을 계산하여 Fig. 42와 같은 圖表를 얻었다. 광범위한 切削速度, 切削力, chip斷面積 등에 대해서도 모든 點들이 單一直線에 접근하여 위치하고 있다.

次元解析에 의해서만이 모든 실험값을 單一直線으로 나타낼 수 있으며, 그렇지 않으면 여러 개의 圖表를 그려야 하게 되어 상호 관계성을 볼 수 없게 된다.

Q_1 과 Q_2 사이의 관계를 수학적으로 나타내고, 거기에 포함된 物理量들간의 관계를 표시하기 위하여 직선에 대한 數學式을 도출할 필요가 있다. Fig. 42의 直線式은

$$Q_1 = C_0 \cdot Q_2^n \quad (56)$$

단, C_0 는 常數이며 $Q_2=1$ 일 때 Q_1 과 같다.

Fig. 42의 직선을 원편으로 연장하면 $Q_2=1$ 일 때 $Q_1=C_0$ 의 값을 얻을 수 있다. 그러나 식

* 金屬切削理論, 徐南燮, 東明社, p. 114

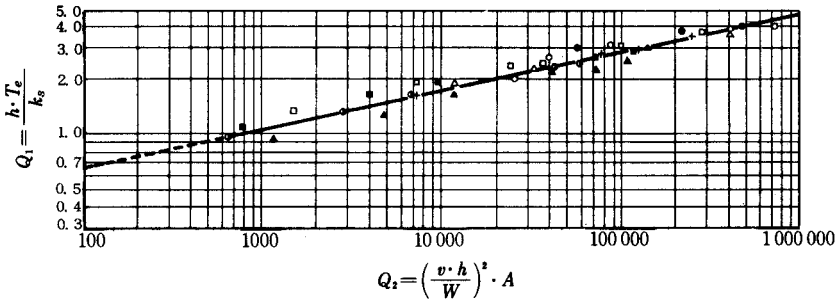


Fig. 42 切削温度의 master curve

(56)에서 指數 n 의 크기가 식의 일반화에 보다 중요하며, 직선의 기울기로서 Fig. 42에서는 $n = 0.22$ 이다.

工具温度를 다른 5개의 物理量과 관련시킨 일반식은 식 (54)와 식 (55)를 식 (56)에 대입하여 얻을 수 있다.

즉,

$$\frac{h \cdot T_e}{k_s} = C_0 \cdot \left(\frac{v^2 \cdot h^2 \cdot A}{W^2} \right)^n \quad (57)$$

T_e 에 대하여 정리하면

$$T_e = \frac{C_0 \cdot k_s \cdot v^{2n} \cdot A^n}{W^{2n} \cdot h^{1-2n}} \quad (58)$$

식 (58)에 $n=0.22$ 를 대입하면

$$T_e = \frac{C_0 \cdot k_s \cdot v^{0.44} \cdot A^{0.22}}{W^{0.44} \cdot h^{0.56}} \quad (59)$$

이상에서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 切削温度에 가장 큰 영향을 주는 것은 比切削力 k_s (즉, 간접적으로 加工材料의 剪斷強度)이며, 切削温度는 比切削力 k_s 에 정비례한다.

(2) 다음으로 크게 영향을 주는 因子는 單位體積當의 比熱 h 와 被削材의 熱傳導度 W 의 순이며, 이것들이 작을수록 온도는 높게 된다. 온도는 熱의 量들 (W 및 h)의 평방근에 거의 역비례하여 변화한다고 할 수 있다. titanium과 같이 單位體積當의 比熱과 熱傳導度가 낮은 被削材는 切削때에 온도가 높게 된다.

比熱이 온도와 함께 증가하므로 右邊에 c 를 포함하고 있는 温度方程式은 독립방정식이 될 수 없으나, 鐵의 熱傳導度 W 는 온도 상승과 더불어 감소하기 때문에 c 와 W 의 積은 Fig. 43에서 보는 바와 같이 상당한 범위에 걸쳐 일정하다는 것을 알 수 있다.

따라서 식 (59)의 分母는 熱影響을 받지 않는다고 할 수 있으므로 體積比熱이 급격히 변화하

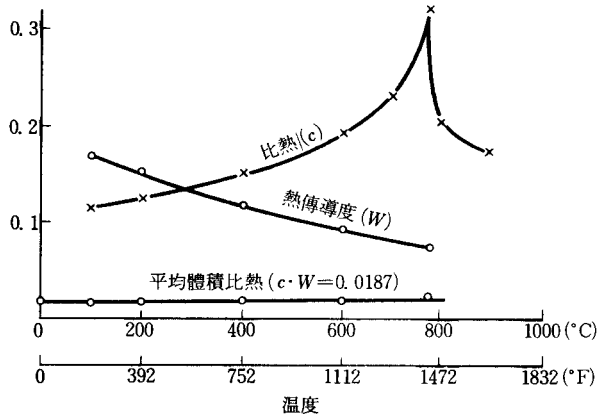


Fig. 43 鐵의 比熱과 熱傳導度

는 경우는 고려하지 않아도 된다.

(3) 切削速度 v 가 chip斷面積 A 보다 切削溫度에 영향을 크게 준다. 즉, 切削溫度는 切削速度 v 의 약 平方根에 비례하고 chip斷面積의 약 4乘根에 비례한다.

切削速度의 비가 (2:1)인 경우의 예를 들면, 식 (59)에 의하여 溫度比는 $(2/1)^{0.44}=1.36$ 이 되어 속도를 2배로 증가했을 때 온도는 36% 만큼 증가하는 것을 알 수 있다. 이번에는 移送의 비(즉, 동일 물림깊이에 대한 chip斷面積)를 (2:1)로 하면 溫度比는 $(2/1)^{0.22}=1.17$ 로 되어 移送(즉, 면적)를 2배로 증가할 때 17%의 온도 증가를 가져온다.

Q_1 과 Q_2 의 관계와 같은 切削變數의 指數關係가 切削研究를 나타내기 위하여 兩對數方眼紙에 그려진 것을 흔히 볼 수 있다.⁵⁴⁾ 따라서 이 경우에도 그러한 관계를 추론하는 것이 그렇게 어려운 일은 아니었을 것이다.

이러한 가설에 의하여 著者は 실험 과정을 거치지 않고 방정식 (56)과 (57)을 도출할 수 있었다. chip斷面積이 일정한 상태에서 切削速度를 변화시키는 간단한 실험만을 하면 되었을 것이다.

이와 같이 하여 指數 n 의 값을 구할 수 있었을 것이다. 著者は chip斷面積을 변화시키는 추가 실험을 하여 총괄적인 溫度關係式을 도출하였다.

Shaw와 Loewen⁵⁵⁾도 M.I.T.에서 切削溫度에 대한 실험을 수행하여 최종적으로 다음과 같이 간략하게 표시되는 완벽하다고 하는 公式을 도출하였다.

$$T_e = \frac{S_s \cdot v^{0.50} \cdot t_1^{0.50} \cdot b^{0.50}}{W^{0.50} \cdot h^{0.50} \cdot J} \quad (60)$$

단, S_s : 被削材의 剪斷強度, t_1 : 切削깊이(旋削에서는 每回轉當 移送), b : 切削幅(旋削에서는 물림깊이)

실험에 근거한 식 (60)과 次元解析에 의한 식 (59)를 비교하여 보면 移送와 切削速度의 指數에서의 차이 외에는 대부분 잘 일치하고 있다. Shaw와 Loewen의 식에서는 移送와 切削速度의

지수가 0.50으로서 동일한 데 반하여 著者の 식에서는 移送의 지수가 0.22로서 切削速度指數인 0.44의 $\frac{1}{2}$ 에 불과하다. 切削速度과 移送의 指數가 동일하다는 것은 切削速度가 移送보다 온도에 큰 영향을 주는 일반적인 切削經驗과는 차이가 있다.

이와 같이 次元解析에 의하여 切削速度과 移送의 상이한 영향을 표시하는 方程式을 도출할 수 있는 데 반하여, 식 (60)은 이러한 것을 고려하지 못했다.

次元解析에 의한 식 (59)에서 切削速度의 指數 $n=0.44$ 는 Fig. 44와 같이 Wallichs와 Schaubmann⁵⁶⁾의 실험 data를 兩對數方眼紙에 옮겨 얻은 것과 일치하고 있다.

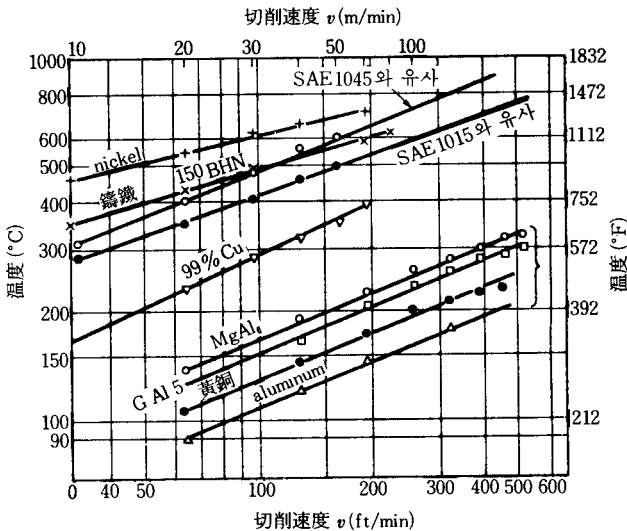


Fig. 44 切削速度과 온도(R. Wallichs와 H. Schaubmann의 data에 의한)

鋼 60.11(SAE 1040 또는 SAE 1045에 해당, 附錄의 Table A-11을 참조)에 대하여 $n=0.43$, 軟鋼에는 $n=0.36$, nickel에는 $n=0.28$, 구리에는 $n=0.45$, 輕合金에는 $n=0.40$ 이다.

Schwerd⁵⁷⁾의 實驗 data에 의하여 $n=0.34$ 와 0.31 이 얻어지며, Herbert⁵⁸⁾의 data는 $n=0.35\sim0.43$ 을 보여 주고, Chao와 Trigger⁵⁹⁾의 data는 $n=0.195$ 및 0.212 로서 낮은 값을 나타낸다.

3-3 工具壽命과 切削速度 關係의 次元解析

次元解析에 의하면 工具壽命과 切削速度의 관계를 아주 재미있게 연구할 수 있다. 2개의 熱에 관한 量 W 와 h 를 1개의 새로운 量 H 로 나타내어 그것($H=W \cdot h$)을 Table 7과 같이 상응하는 次元으로 표시할 수 있다.

Table 7

物 理 量	記 號	次 元	物 理 量	記 號	次 元
溫 度	T_e	θ	切削速度	v	LT^{-1}
工 具 壽 命	T_L	T	比切削力	k_s	$ML^{-1}T^{-2}$
chip斷面積	A	L^2	統合熱 ($H=W \cdot h=W \cdot \sigma \cdot c$)	H	$M^2T^{-5}\theta^{-2}$

Table 7의 物理量을 Table 6에서와 같이 해석하면 다음과 같이 새로운 無次元積(Q_3, Q_4)을 구할 수 있다.

$Q_3 = T_L^a \cdot v^b \cdot k_s^c \cdot H^d \cdot T_e$ 에 Table 7의 次元을 대입하면

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= [T]^a \cdot [LT^{-1}]^b \cdot [ML^{-1}T^{-2}]^c \cdot [M^2T^{-5}\theta^{-2}]^d \cdot [\theta] \\
 &= [T^a \cdot L^b T^{-b} \cdot M^c L^{-c} T^{-2c} \cdot M^{2d} T^{-5d} \theta^{-2d} \cdot \theta] \\
 &= [L^{b-c} \cdot T^{a-b-2c-5d} \cdot M^{c+2d} \cdot \theta^{1-2d}]
 \end{aligned}$$

Q_3 가 無次元이 되기 위해서는

$$b - c = 0$$

$$a - b - 2c - 5d = 0$$

$$c + 2d = 0$$

$$1 - 2d = 0 \text{ 이 되어야 한다.}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = -1, \quad c = -1, \quad d = \frac{1}{2}$$

$$\therefore Q_3 = T_L^{-\frac{1}{2}} \cdot v^{-1} \cdot k_s^{-1} \cdot H^{\frac{1}{2}} \cdot T_e$$

$$= \frac{T_e \cdot H^{\frac{1}{2}}}{T_L^{\frac{1}{2}} \cdot k_s \cdot v} \quad (61)$$

$Q_4 = T_L^e \cdot v^f \cdot k_s^g \cdot H^h \cdot A$ 에 Table 7의 次元을 대입하면

$$\begin{aligned}
 Q_4 &= [T]^e \cdot [LT^{-1}]^f \cdot [ML^{-1}T^{-2}]^g \cdot [M^2T^{-5}\theta^{-2}]^h \cdot [L]^2 \\
 &= [T^e \cdot L^f T^{-f} \cdot M^g L^{-g} T^{-2g} \cdot M^{2h} T^{-5h} \theta^{-2h} \cdot L^2] \\
 &= [L^{f-g+2} \cdot T^{e-f-2g-5h} \cdot M^{g+2h} \theta^{-2h}]
 \end{aligned}$$

$$f - g + 2 = 0$$

$$e - f - 2g - 5h = 0$$

$$g + 2h = 0$$

$$-2h = 0 \text{ 에서}$$

$$e = -2, \quad f = -2, \quad g = 0, \quad h = 0 \text{ 가 된다.}$$

$$\therefore Q_4 = T_L^{-2} \cdot v^{-2} \cdot k_s^0 \cdot H^0 \cdot A$$

$$= \frac{A}{T_L^2 \cdot v^2} \quad (62)$$

식 (61)과 식 (62)에서 보는 바와 같이, Q_3 는 Q_4 의 지수함수라 하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Q_3 = C_1 \cdot Q_4^m \quad (63)$$

C_1 과 m 은 우선 未知量이며, 식 (61)과 식 (62)를 식 (63)에 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{T_e \cdot H^{\frac{1}{2}}}{T_L^{\frac{1}{2}} \cdot k_s \cdot v} &= C_1 \cdot \left(\frac{A}{v^2 \cdot T_L^2} \right)^m \\ \therefore T_e &= \frac{k_s \cdot C_1 \cdot A^m}{H^{0.5}} \cdot v^{1-2m} \cdot T_L^{0.5-2m} \end{aligned} \quad (64)$$

정해진 被削材를 주어진 移送과 切削깊이(물림깊이)에서 절삭할 때, 절삭온도 T_e 가 일정하다 하고 切削速度에 따라 工具壽命이 어떻게 변하는가를 이론적으로 검토하고자 한다.

이상의 조건에서 切削 前의 chip斷面積 A (移送×물림깊이)가 일정하고 H 와 k_s 가 주어진 被削材에 대하여 일정하므로 식 (64)에서 分數값(C_2)은 일정하다.

$$C_2 = \frac{k_s \cdot C_1 \cdot A^m}{H^{0.5}} \quad (65)$$

따라서 식 (64)는 다음과 같이 간략화할 수 있다.

$$v^{1-2m} \cdot T_L^{0.5-2m} = \frac{T_e}{C_2} \quad (66)$$

온도 T_e 가 앞에서 언급한 바와 같이 일정하다면 식 (66)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$v^{1-2m} \cdot T_L^{0.5-2m} = \text{constant} \quad (67)$$

앞에서 기술한 바와 같이, 次元解析의 중요한 의미는 假說에 의하여 어떤 결과를 얻고 그 결과를 간단한 실험을 통하여 수정하여 가는 데 있다.

식 (63)~식 (67)의 指數 m 은 앞에서의와 같이 $m=0.22$ 의 값을 갖는다 하면 식 (67)은

$$v^{0.56} \cdot T_L^{0.06} = \text{constant}$$

로 되며, 0.56 乘根을 취하면

$$v \cdot T_L^{0.107} = \text{constant} \quad (68)$$

식 (68)은 工具壽命과 切削速度의 관계식으로 잘 알려진 다음의 Taylor 식과 일치됨을 알 수 있다.

$$v \cdot T_L^{\gamma} = C_T \quad (69)$$

C_T : Taylor 常數이다.

Taylor는 이 관계식을 얻기 위하여 수년에 걸친 실험을 행하였으나 次元解析에 의하면 간단한 방법으로 얻어진다. 식 (65)의 값이 변하지 않는 조건에서 Taylor 식은 일정한 溫度에 대하여 적용된다는 결론도 얻을 수 있다.

3-4 Taylor方程式의 一般化

경험과 실험에 의하여 Taylor方程式의 工具壽命指數 y [식 (69)]는 加工物과 工具의 材料에 따라 변한다는 것이 증명되었다.*) 次元解析에 의하여 Taylor方程式을 보다 일반화하여 金屬切削의 기초원리에 대한 새로운 양상을 보이하고자 한다. 식 (67)의 指數를 $(1-2m)$ 으로 除하면 다음과 같이 工具壽命과 切削速度의 一般式이 얻어진다.

$$v \cdot T_L^{(0.5-2m)/(1-2m)} = C_T \quad (70)$$

식 (69)와 식 (70)에 의하면

$$y = \frac{0.5-2m}{1-2m} \quad (71)$$

식 (71)를 m 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} y - 2y \cdot m &= 0.5 - 2m \\ \therefore 2m(1-y) &= 0.5 - y \\ \therefore m &= \frac{0.5-y}{2(1-y)} \end{aligned} \quad (72)$$

Table 8은 工具壽命指數 y 와 식 (64)의 溫度指數 m 의 관계를 식 (72)에 의하여 계산한 것이다.

Table 8

Taylor指數 y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2.5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12.5}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{\infty}$
	0.5	0.4	0.333	0.2	0.167	0.125	0.100	0.08	0.01	0
溫度指數 m	0	0.083	0.125	0.188	0.200	0.214	0.222	0.228	0.246	0.250

Table 8에 의하여 식 (63)으로 표시되는 Q_3 와 Q_4 의 관계를 兩對數方眼紙에 나타낼 때 얻어지는 直線의 기울기를 예측할 수 있다.

실험에 의하면 Taylor方程式의 工具壽命指數 y 는 0.2와 0.08 사이에 있어 溫度方程式 (식 34)의 指數 m 도 0.188과 0.228 사이에 존재할 것이라는 것을 Table 8에서 추정하는 것은 어렵지 않다. 실용되는 Taylor指數의 범위는 Fig. 45의 斜線部로서 약 $y=0.4$ 까지 상승한다.

식 (64)의 모든 量을 측정하기 위한 실험은 없었던 것으로 著者は 알고 있으나, 이제 합당한 정도의 정확한 실험 결과를 예측하고 표본 실험을 위한 대표적인 data를 선정하는 것은 가능하다.

工具壽命과 切削速度의 擴大方程式 [식 (70)]을 검토함으로써 새로운 假說을 세울 수 있다. Fig. 45는 無次元積 Q_3 와 Q_4 를 對數座標에 나타낸 것으로서 Q_3 와 Q_4 의 關係式 (63)에 의하여 指數

* 9 장 9-6을 참조하라

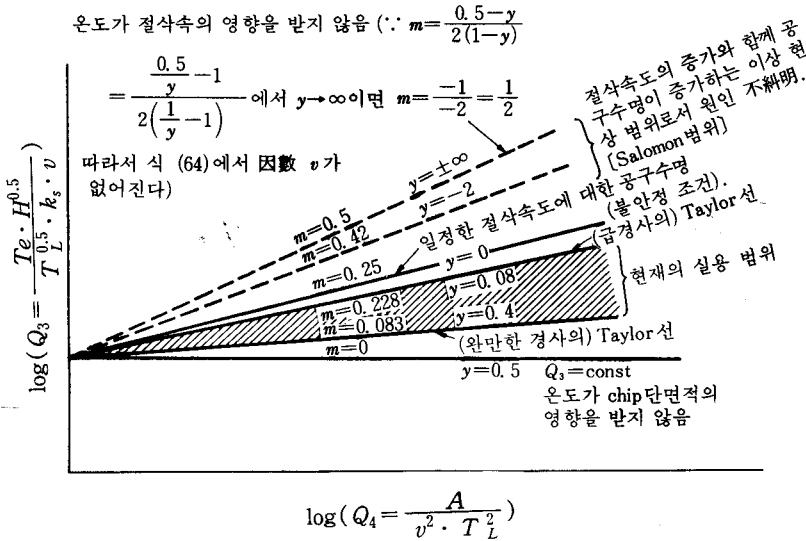


Fig. 45 식 (64)의 切削因子量의 함수로서 切削溫度線圖

m 값에 대한 각각의 直線이 그려진다. 이러한 방법으로 도출된 이론은 실용적 확증은 아직 얻지 못하였으나 金屬切削學의 界限을 확장하기 위한 일환으로 논평하여 보는 것은 중요한 일로 생각된다.

Fig. 45의 중간에 위치한 직선은 $m=0.25$, $y=0$ 인 경우로서 m 과 y 의 관계는 Table 8에 의한다. Fig. 46은 Fig. 45에 상응하는 工具壽命과 切削速度의 線圖이며, $y=0$ 이고 $m=0.25$ 인 직선은 垂直線으로서 工具壽命軸에 平行하다. 그리하여 대단히 불안정하고 바람직하지 못한 어떤 주어진 切削速度에 대하여도 임의의 工具壽命을 갖는다는 것을 의미하게 된다.

Fig. 45의 $y=0.5$, $m=0$ 인 경우의 직선은 Q_3 가 Q_4 와 무관한 경우이다. 즉, 식 (63)에서 $m=0$ 이면 $Q_3=\text{constant}$ 가 된다. $m=0$ 이면 식 (64)의 因數 A 가 없게 되므로 온도는 切削前의 chip斷面積(切削面積, uncut chip sectional area)과 무관하게 되며 이에 상응하는 線은 Fig. 46에서 불규명 범위에 들어 있다.

실용 범위는 Fig. 45 및 Fig. 46에서 斜線을 그어 표시하였으며, $y=0.4$ 인 완만한 경사선은 H.S.S.工具에서보다는 carbides와 ceramics와 같은 工具材料에 흔히 나타나고, H.S.S.工具에 대하여는 Fig. 46에서 T_L-v 線은 급경사 조건에 근접한다.

불규명된 다른 관계가 $m=0.5$ 에 대하여 Fig. 45의 上部에 있으며, $m=0.5$ 를 식 (64)에 대입하면 切削速度의 因子가 없어지므로 溫度는 切削速度의 영향을 받지 않는 것으로 되어 이러한 조건은 온도와 振動의 관점에서 바람직스럽게 되나 실제에서는 이런 조건을 아직 얻지 못하고 있다.

切削速度의 영향을 받지 않는 工具壽命은 切削速度軸에 平行한 水平線이 된다.

절삭속도의 週期的인 변동으로 인한 振動에 관하여 생각하여 보면 T_L-v 線이 切削速度軸에 平行할 때에는 工具壽命이 진동의 영향을 받지 않는다는 것이 된다. 반면에 Fig. 46 T_L-v 線의 기울기가 크면 클수록 工具壽命은 진동에 민감하게 되어 微小한 切削速度의 변화에 대하여도 工具壽命은 크게 변한다. 工具材料의 開發은 T_L-v 線을 反時計方向으로 회전시키는 데 있다고 볼 수 있으며, 이 문제는 차후에 논의하기로 한다.

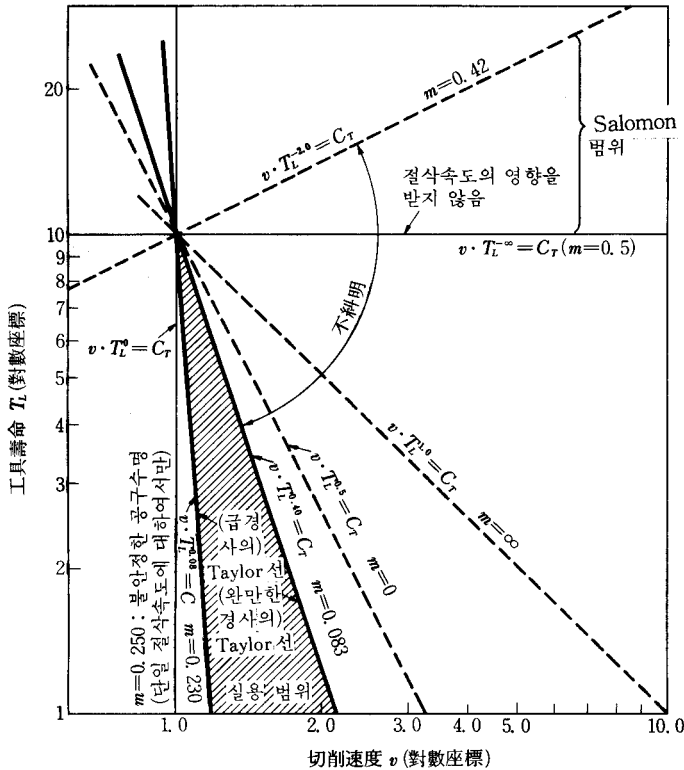


Fig. 46 工具壽命에 대한 Taylor의 理論線圖와 實用線圖

끝으로 $m=0.42$ 인 경우가 Fig. 45에 그려져 있다. 이 경우에는 온도와 工具壽命이 함께 증가하며, Fig. 46에서는 $v \cdot T_L^{2.0} = C_T$ 의 관계식으로 표시되어 있다. 이와 유사한 관계가 약 45년 이전에 “Salomon 특허 (Salomon Patent)”와 소위 “죽음의 계곡 (Valley of Death)”에 나와 있었다. 그러나 “Valley of Death”에서는 工具壽命과 切削速度가 동시에 증가하고 온도는 감소하는 관계였다. 이와 같이 次元解析은 보다 많은 연구를 요하는 미개척 영역으로의 길을 열어 준다는 것도 알 수 있다.

3-5 Taylor常數 C_T 의 解析

식 (69)의 Taylor常數 C_T 는 지금까지는 工具壽命 $T_L = 1 \text{ min}$ 에 대한 切削速度로 정의되어 있으나, 이제 이 常數 C_T 를 식 (66)을 이용하여 해석하는 것도 가능하다.

즉, 식 (69)에서 $T_L = 1 \text{ min}$ 으로 놓으면

$$v = C_T$$

가 되고, 식 (66)에 이 관계를 대입하면

$$v = \left(\frac{T_e}{C_2} \right)^{\frac{1}{1-2m}}$$

$$\therefore C_T = \left(\frac{T_e}{C_2} \right)^{\frac{1}{1-2m}}$$

윗식에 식 (65)를 대입하면

$$C_T = \left[\frac{T_e \cdot H^{0.5}}{A^m \cdot k_s \cdot C_1} \right]^{\frac{1}{1-2m}} \quad (73)$$

常數 C_1 은 식 (63)에서 볼 수 있으며, 工具材料의 物理的 性質을 나타내므로 冷却劑의 영향을 받을 것이다.

兩對數座標系에서 Taylor線은 溫度가 일정할 때의 線이라는 것은 이미 지적한 바 있고, 식 (73)으로 정의되는 常數 C_T 가 변하지 않는 한 이 정의는 옳다고 말할 수 있다. 이러한 결론의 정확성은 M.I.T.⁶⁾에서 수행된 실험에 의하여 확증되었다. 切削速度和 chip과 工具의界面溫度의 관계는 移送이 변할 때를 제외하고는 兩對數座標系에서 직선으로 표시된다는 것을 알았다.

이와 같은 (移送이 일정하다는) 조건은 식 (73)과도 일치한다. 切削 전의 chip斷面積 A 가 변하면 比切削力 k_s 도 변하고, 따라서 C_T 가 변하게 되기 때문이다.

兩對數座標系에서 直線이 아닌 曲線이 工具壽命과 切削速度의 관계를 나타내는 경우도 있다는 것이다. 이것은 식 (66)의 左邊이 常數값이 아니라는 의미일 것이다. 따라서 C_T 는 常數가 아니며 식 (73)의 分數式도 常數값이 되지 않을 것이다. 그와 같은 경우에는 온도가 변하고 특히 比切削力 k_s 와 다른 物理量이 변할 것이라는 결론에 이를 수 있다.

3-6 工具壽命과 溫度 관계의 解析

식 (64)는 工具壽命과 溫度의 관계를 나타내는 데 다음과 같이 이용될 수 있다.

$$T_L = \left[\frac{T_e \cdot H^{0.5}}{A^m \cdot k_s \cdot C_1 \cdot v^{1-2m}} \right]^{\frac{1}{0.5-2m}} \quad (74)$$

Table 8의 data를 검토할 때 溫度指數 m 은 보통 0.188과 0.228 사이에 있다는 것을 알았으며, 식 (74)의 工具壽命은 $\frac{1}{0.5-2m} = \frac{1}{0.5-2 \times 0.188} \approx 8$ 과 $\frac{1}{0.5-2m} = \frac{1}{0.5-2 \times 0.228} \approx 23$ 사이의 溫度指數와 더불어 변하게 된다. Schallbroch⁽⁶²⁾와 그의 공동 연구원들은 工具壽命이 溫度의 20自乘으로 변한다고 하였다. 이것은 次元解析과 Schallbroch의 실험에 대한 상호 좋은 확인이 되며, 이론적으로 도출한 指數 m 값과도 잘 일치한다. T_e 의 20自乘은 理論式에 의한 T_e 의 $\frac{1}{0.5-2m}$ 自乘에서 실용 범위인 $m=0.225$ 인 경우와도 같다.

이상의 검토에 의하여 다음의 결론에 이를 수 있다. 工具의 耐久溫度를 약간만 상승시켜도 工具壽命은 크게 향상된다. 예로써 許容溫度가 1100°F에서 1210°F로 10% 만큼 상승되었다고 하면 工具壽命($m=0.2$ 인 경우)은

$$\frac{T_{L_2}}{T_{L_1}} = \left(\frac{T_{e_2}}{T_{e_1}} \right)^{\frac{1}{0.5-2m}} = \left(\frac{1210}{1100} \right)^{\frac{1}{0.5-2 \times 0.2}} = 1.1^{10} = 2.6 \quad (75)$$

으로 되어 160% 만큼 증가한다.

3-7 溫度와 時間 관계의 次元解析

次元解析에 의하여 溫度와 時間 관계의 문제도 취급할 수 있으며, 우리가 예측하고 있는 一般傾向을 나타내는 解를 얻을 수 있다.

工具壽命과 切削速度의 관계(Table 7)에서와 같이 比熱, 熱傳導度 및 密度의 積(본내용에서 統合熱 H 로 취급됨)이 因子로 들어가게 된다. 사실상 Table 7에 있는 物理量이 온도와 시간 관계의 문제에 적용되며, 단지 工具壽命의 量 T_L 을 連續切削을 나타내는 시간 z 로 대치하여야 하는 것뿐이다. 모든 次元이 Table 7에 있는 것과 동일하므로 다음의 無次元量을 얻게 된다[식 (61) 및 식 (62)와 비교 바란다].

즉,

$$Q_5 = \left(\frac{T_e \cdot H^{\frac{1}{2}}}{z^{\frac{1}{2}} \cdot k_s \cdot v} \right) \quad (76)$$

$$Q_6 = \left(\frac{A}{v^2 \cdot z^2} \right) \quad (77)$$

切削에서 온도와 시간 관계를 알기 위하여는 2개의 無次元量을 서로 관련시켜야 한다.

比切削力 k_s , 時間 z , 切削速度 v 및 切削 前의 chip斷面積 A 를 포함하는 標本 data가 한번 발표된 적이 있고(Friedrich, Z. V. D. I. 1914, p. 456), 다른 data에서 필요량의 1개 또는 수 개만이 측정되었을 뿐이다.

그러나 Friedrich의 연구는 실험 때마다 1개 이상의 다른 物理量이 나타나 일관성이 없었다. 이와 같은 결함이 있기는 하지만 우리는 Q_5 와 Q_6 사이에 존재할 수 있는 관계에 대한 정

보는 그런대로 얻을 수 있다. Q_s 와 Q_6 을 兩對數座標系에 표시하면 Fig. 42와 유사한 直線이 얻어진다.

실험을 하지 않고도 假說에 의하여 중요한 결론을 얻을 수 있고, 다른 실험 결과가 兩對數座標系上에서 직선으로 나타나곤 하였던 것으로 보아 이 가정이 옳은 것도 같다.

직선의 기울기를 n 이라 하고 $Q_6=1.0$ 일 때 Q_s 값을 C_{00} ($Q_6=1.0$ 에서 직선이 垂直軸과 만나는 값)라 하면 온도와 시간에 대한 다음 식이 얻어진다. 즉 식 (64)에서 T_L 에 z , m 에 n , C_1 에 C_{00} 를 대입하면

$$T_e = \frac{C_{00} \cdot A^n \cdot k_s \cdot v^{(1-2n)} \cdot z^{\left(\frac{1}{2}-2n\right)}}{H^{\frac{1}{2}}} \quad (78)$$

가 되고, 이 식에서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- (1) Q_6 에 대한 Q_s 의 기울기가 정확히 0.25이면, 온도는 시간과 무관하다.
- (2) 기울기가 0.25보다 작으면 시간과 더불어 온도는 증가한다.
- (3) 기울기가 0.25보다 크면 시간과 더불어 온도는 감소한다.

사실은 Friedrich의 실험에서 기울기 $n=0.22$ 인 것으로 평가되었다. 이 값을 적용하면 溫度는 時間의 0.06自乘으로 증가한다. 식 (78)의 응용성을 보여 주기 위하여 切削速度 v 와 시간 z 를 제외한 나머지 것을 常數 K 로 놓으면 다음과 같이 표시된다.

$$T_e = K \cdot v^{0.56} \cdot z^{0.06} \quad (79)$$

工具壽命 T_L 이 시간 z 로, 常數가 T_e 로 표시된 것 외에는 식 (79)는 식 (68)의 바로 앞식 " $v^{0.56} \cdot T_L^{0.06} = \text{常數}$ "와 같은 형태이다.

예로써 과거의 경험상 鑄鐵에 대하여 移送 0.02in/rev, 물림깊이 $\frac{1}{8}$ in일 때 $K=120$ 정도라 할 수 있다. 이와 같은 가정에서 예측되는 온도 상승은 Table 9와 같다.

Table 9

切 削 時 間 z	$z^{0.06}$ (min)	$v^{0.56} = (32.8 \text{ ft/min})^{0.56}$	溫 度 $T_e = 120 \times 7.08 \cdot z^{0.06} (^{\circ}\text{F})$
0.02 sec	1/1.615	7.08	525
0.24 sec	1/1.392	7.08	610
1 sec	1/1.27	7.08	666
1 min	1.0	7.08	846
10 min	1.15	7.08	975
2 hr	1.334	7.08	1070
8 hr	1.45	7.08	1225

Table 9에 의하면 처음 1sec의 數分の 1동안에 온도 상승이 크고 시간이 경과함에 따라 온도 상승이 크게 둔화되는 것을 알 수 있다. 단, 이러한 온도 상승은 連續切削이어야 하고 統合熱 H (=比熱 $\times$ 熱傳導度 $\times$ 密度)가 불변이며 熱의 消散이 없어야만이 가능하다는 것을 간과해서는 안 된다. 比切削力과 切削 前의 chip斷面積 또한 일정해야 한다. 이러한 조건이 항상 만

죽되는 것이 아니어서 다음에 논하는 온도 변화가 Table 9의 것과는 다소 다를 수도 있다.

그러나 Table 9에 의하여 온도 상승은 切削初期에 순간적으로 이루어진다는 것만은 알 수 있다. 따라서 切削溫度 문제를 연구하기 위해서는 短時間의 切削만으로도 충분할 것이며, Table 9의 예에 의하면 약 $\frac{1}{4}$ sec (0.24 sec) 동안에 610°F로 상승하고 다음 8 hr. (≒8 hr. - 0.24 sec)에 걸쳐 겨우 615°F 만큼 상승하였다. 이와 같이 온도 상승이 순간적으로 이루어진다는 사실은 Fig. 47의 온도 oscillogram에서도 확인된다. Fig. 47을 보면 불과 0.04sec 동안에 615°F에 달하였고, 급속한 온도 상승을 보여 준다. 아마 독자들은 이와 같은 방법으로 熱對流, 切削의 중단 등의 因子를 포함시킨 보다 정확한 公式의 도출을 바랄 것이다.

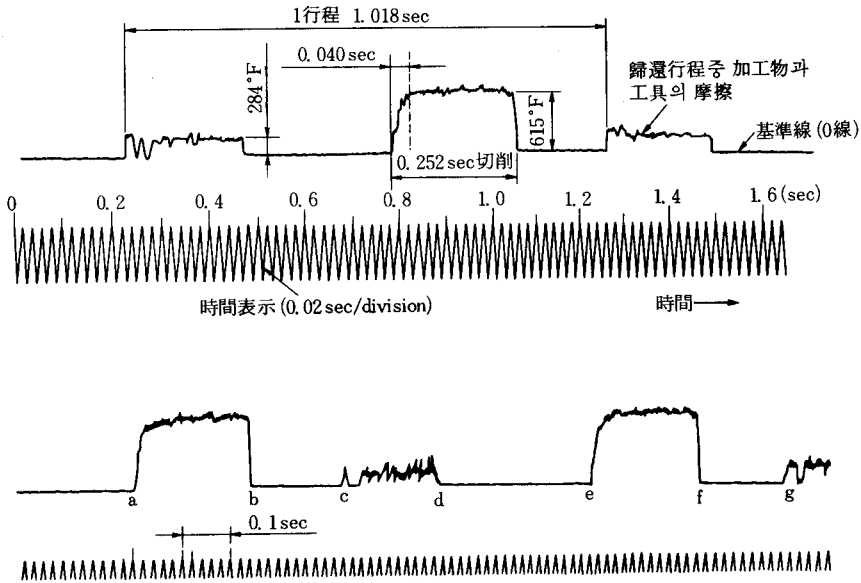


Fig. 47 순간적 온도 상승(식 (78) 및 식 (79)와 같음) (after A. O. Schmidt)